

Problema Maxhits

Fișier de intrare maxhits.in
Fișier de ieșire maxhits.out

Andrei, Bogdan și Claudia joacă un joc cu N ținte așezate pe un rând și cu un pistol de vopsit de putere K .

Inițial, fiecare țintă este vopsită în alb și are scris pe ea numărul 0. O țintă se numește **liberă** dacă este albă și are scris pe ea numărul 0.

Jocul se desfășoară în mutări care lovesc cel mult K ținte consecutive. La a i -a mutare, toate țintele lovite de acea mutare sunt vopsite în culoarea mutării, iar pe fiecare dintre ele se scrie numărul i . Bogdan este interesat doar de culorile țintelor. El vrea să știe numărul B de colorări diferite care pot apărea după un joc terminat în care numărul maxim posibil este scris pe cel puțin o țintă. Două colorări sunt diferite dacă există cel puțin o țintă care are culori diferite în cele două colorări.

Există trei tipuri de mutări: **Albastre**, **Galbene** și **Roșii**:

- O mutare **Albastră** alege exact K ținte consecutive. O astfel de mutare este validă dacă toate țintele alese sunt libere, iar ținta imediat din stânga și ținta imediat din dreapta există și sunt, de asemenea, libere.
- O mutare **Galbenă** este permisă doar dacă nu mai există nicio mutare **Albastră** validă. Ea alege câteva ținte libere consecutive și le vopsește în galben. Țintele alese trebuie să aibă o țintă liberă imediat în stânga și o țintă liberă imediat în dreapta, iar mutarea trebuie să fie maximală: nu poate fi extinsă nici la stânga, nici la dreapta păstrând această proprietate. Echivalent, o mutare Galbenă acționează asupra unui bloc maximal de ținte libere de lungime între 3 și $K + 1$ și vopsește toate țintele din acel bloc, cu excepția primei și ultimei.
- O mutare **Roșie** este permisă doar dacă nu mai există nicio mutare **Albastră** sau **Galbenă** validă. Ea alege un bloc maximal de ținte libere consecutive și îl vopsește în întregime în roșu. O mutare Roșie lovește întotdeauna fie 1, fie 2 ținte.

Jocul se termină când nu mai există nicio țintă liberă.

Andrei este interesat de cel mai mare număr A care poate fi scris pe o țintă după terminarea jocului.

Bogdan este interesat doar de culorile țintelor. El vrea să știe numărul B , câte colorări diferite pot apărea după un joc terminat în care numărul maxim posibil este scris pe cel puțin o țintă. Două colorări sunt diferite dacă există cel puțin o țintă care are culori diferite în cele două colorări.

Claudia este interesată doar de numerele scrise pe ținte. Ea vrea să știe numărul C , câte numerotări diferite pot apărea după un joc terminat în care numărul maxim posibil este scris pe cel puțin o țintă. Două numerotări sunt diferite dacă există cel puțin o țintă care are numere diferite în cele două numerotări.

Cerință

Ajutați-i pe cei trei să își afle numerele lor, A , B și respectiv C . Deoarece răspunsurile pentru Bogdan și Claudia pot fi foarte mari, calculați-le modulo 1 000 000 007. **Atenție!** Numărul A trebuie calculat fără niciun modulo.

Date de intrare

Pe prima linie a fișierului de intrare se află T , numărul de scenarii de joc la care va trebui să răspundeți. Fiecare dintre următoarele T linii conține câte două numere, N și K , în această ordine și cu semnificația din enunț.

Date de ieșire

În fișierul de ieșire se vor afișa T linii fiecare conținând 3 numere, al i -lea triplet reprezentând răspunsul pentru A , B și C , în această ordine, pentru al i -lea scenariu de joc.

Restricții și precizări

- $1 \leq T \leq 100\,000$
- $K \leq N \leq 10^{11}$
- $3 \leq K \leq 500\,000$
- $1 \leq \frac{N}{K} \leq 500\,000$
- Pentru fiecare test, dacă toate valorile A -urilor sunt corecte se va acorda 40% din punctaj.
- Pentru fiecare test, dacă toate valorile B -urilor sunt corecte se va acorda 30% din punctaj.
- Pentru fiecare test, dacă toate valorile C -urilor sunt corecte se va acorda 30% din punctaj.
- **Atenție!** Trebuie afișate răspunsuri (posibil incorecte) pentru toate cele trei numere A , B și C pentru obținerea punctajelor parțiale.

#	Punctaj	Restricții
1	2	$T \leq 5, N \leq 10$
2	4	$T \leq 5, N \leq 20$
3	3	$T \leq 5, N \leq 100$
4	4	$T \leq 10^5, N \leq 100$
5	5	$T \leq 5, N \leq 1000$
6	7	$T \leq 10^5, N \leq 1000$
7	11	$T \leq 10^5, K = 3$
8	5	$T \leq 5, N \leq 1\,000\,000$
9	6	$T \leq 10^5, N \leq 1\,000\,000$
10	10	$T \leq 10^5$, Suma de $N \cdot K$ pentru toate scenariile din fișier $\leq 50\,000\,000$
11	13	$T \leq 10^5, K \leq 1\,000$
12	12	$T \leq 10^5, N \leq 1\,000\,000\,000$
13	18	Fără restricții suplimentare

Exemple

maxhits.in	maxhits.out
3	3 1 2
5 3	7 13 624
20 7	9091 668672468 892007695
123456789 54321	

Explicații

Pentru primul exemplu, avem $N = 5$ și $K = 3$.

Singura mutare **Albastră** validă este pe țintele 2, 3, 4, deoarece acestea sunt trei ținte consecutive libere și au câte o țintă liberă imediat în stânga și în dreapta.

După această mutare, mai rămân libere doar țintele 1 și 5. Nu mai există nicio mutare **Albastră** sau **Galbenă** validă, deci cele două ținte rămase vor fi lovite prin mutări **Rosii**. Ele pot fi lovite în două ordini diferite.

	1	2	3	4	5
Starea 1:	2	1	1	1	3
Starea 2:	3	1	1	1	2

În ambele stări, cel mai mare număr scris pe o tintă este 3, deci $A = 3$.

Există o singură colorare posibilă: țintele 2, 3, 4 sunt Albastre, iar țintele 1 și 5 sunt Roșii. Deci $B = 1$.

Există două numerotări posibile, deoarece cele două mutări Rosii pot fi făcute în două ordini diferite. Deci $C = 2$.

Pentru al doilea exemplu, unde $N = 20$ și $K = 7$, iată o stare finală posibilă care atinge valoarea maximă $A = 7$.

[illegible]