

## Metoda Greedy

Metoda rezolvă probleme de optim în care soluția se construiește pe parcurs. Optimul global se construiește prin estimări succesive ale optimului local. Dintr-o mulțime A trebuie determinată o submulțime B, care verifică anumite **condiții** și care de obicei este soluția unei probleme de **optimizare**.

Inițial mulțimea **B este mulțimea vidă**, se adaugă în B succesiv elemente, asigurându-se de fiecare dată un optim local, dar această construire nu asigură atingerea optimului global. De aceea Greedy nu poate fi aplicată decât dacă se demonstrează că modul de construire a lui B duce la obținerea unui optim global. De aceea Greedy se mai numește și metoda optimului local.

Dacă în cazul unei probleme această metodă găsește optimul pentru anumite date de test, dar pentru alte date nu găsește soluția sau oferă o soluție care nu este optimă, spunem că metoda este euristică (în acest caz soluția poate fi determinată folosind tehnica backtracking, care presupune un algoritm de complexitate exponențială sau la unele probleme folosind programarea dinamică, acesta fiind cazul fericit).

### Algoritmul general pentru Greedy

#### Cazul I

B = mulțimea vidă

for (i=0; i<n; i++)

```
{
    x = alege( A);
    if (posibil( B ,x))
        * adauga elementul x la mulțimea B;
}
```

#### Cazul II

B = mulțimea vidă

prelucreaza(A, v)

for (i=0; i<n; i++)

```
{
    x = v[i];
    if (posibil( B ,x))
        * adauga elementul x la mulțimea B;
}
```

### Exemplu de problemă pentru care Greedy ne conduce la soluția optimă

#### Problema spectacolelor

Managerul artistic al unui festival trebuie să selecteze o mulțime cât mai amplă de spectacole ce pot fi jucate în singura sală pe care o are la dispoziție. Știind că s-au propus  $n$  spectacole și pentru fiecare spectacol  $i$  a fost anunțat intervalul în care se poate desfășura  $[S_i, F_i]$  ( $S_i$  reprezintă ora și minutul de început, iar  $F_i$  ora și minutul de final al spectacolului  $i$ ), scrieți un program care să permită spectatorilor vizionarea unui număr cât mai mare de spectacole.

#### Date de intrare

Pe prima linie a fișierului de intrare *spectacole.in* se afla numărul  $n$ , numărul de spectacole propus. Pe următoarele  $n$  linii se vor afla 4 valori, primele două reprezentând ora și minutul începerii spectacolului curent, iar ultimele două reprezentând ora și minutul terminării spectacolului.

#### Date de ieșire

Fișierul de ieșire *spectacole.out* conține o singură linie, pe aceasta vor fi scrise numerele de ordine ale spectacolelor care îndeplinesc soluția problemei, printr-un spațiu.

#### Restricții

- $n \leq 100$

#### Exemplu

spectacole.in	spectacole.out
5 12 30 16 30 15 0 18 0 10 0 18 30 18 0 20 45 12 15 13 0	5 2 4

Vom sorta crescator spectacolele dupa ora de final. Vom selecta initial primul spectacol (cel care se termina cel mai devreme). In continuare vom selecta, la fiecare pas, primul spectacol neselectat, care nu se suprapune peste cele deja selectate.

O implementare intuitiva a acestui algoritm va fi prezentata in continuare. Pentru sortat vom folosi metoda BubbleSort, care este indeajuns de buna pentru limitele impuse de problema.

```

01.#include <iostream>
02.#include <fstream>
03.using namespace std;
04.
05 ifstream f("spectacole.in");
06 ofstream g("spectacole.out");
07.
08.int n,inceput[100],sfarsit[100],nr[100];
09.
10.void citeste()
11.{
12.    int ora,min,i;
13.    f>>n;
14.    for (i=0;i<n;++i)
15.    {
16.        nr[i]=i+1;
17.        f>>ora>>min;
18.        inceput[i]=ora*60+min;
19.        f>>ora>>min;
20.        sfarsit[i]=ora*60+min;
21.    }
22.    f.close();
23.}
24.
25.void sorteaza()
26.{
27.    int aux,schimb,i;
28.    do
29.    {
30.        schimb=0;
31.        for (i=0;i<n-1;++i)
32.            if (sfarsit[nr[i]]>sfarsit[nr[i+1]])
33.            {
34.                aux=nr[i];
35.                nr[i]=nr[i+1];
36.                nr[i+1]=aux;
37.                schimb=1;
38.            }
39.    }

```

```

40.     while (schimb);
41.}
42.
43.void rezolva()
44.{
45.     int ultim,i;
46.     for (ultim=0,i=1;i<n;++i)
47.         if (inceput[nr[i]]>=sfarsit[nr[ultim]])
48.             {
49.                 g<<nr[i]+1<<" ";
50.                 ultim=i;
51.             }
52.     g<<endl;
53.}
54.
55.int main()
56.{
57.     citeste();
58.     sorteaza();
59.     rezolva();
60.     return 0;
61.}

```

## Exemplu de problemă pentru care Greedy nu ne conduce la soluția optimă

### Problema rucsacului

Se considera ca dispunem de un rucsac cu capacitatea M si de N obiecte, definite fiecare prin greutate si valoare, ce trebuie introduce in rucsac. Se cere o modalitate de a umple rucsacul cu obiecte , astfel incat valoarea totala sa fie maxima. Nu putem lua fragmente dint-un obiect.

#### Date de intrare

Pe prima linie a fisierului de intrare *rucsac.in* se gasesc doua numere, primul fiind N, iar al doilea M (cu specificatiile din enunt). Pe urmatoarele N linii se gasesc, despartite printr-un spatiu valoarea obiectului curent si greutatea acestuia.

#### Date de iesire

In fisierul de iesire *rucsac.out* vor fi specificate numarul de obiecte și numărul de ordine al obiectului.

Exemplu

rucsac.in	rucsac.out
5 10	
1 1	24
4 8	
3 3	4 2 1
5 15	

### Descrierea soluției folosind Greedy

Vom reprezenta solutia problemei ca pe un vector x. Vom ordona obiectele descrescator tinand cont de valoarea/greutate. Atata timp cat obiectele incap in rucsac, le vom adauga in intregime, putem întâlni una din următoarele situații:

- obiectele alese au o greutate toată egală cu a rucsacului
- mai există loc în rucsac, dar nu mai încap nici un obiect

Este evident că soluția găsită nu este întotdeauna optimă.

## Probleme propuse (Greedy asigură soluția optimă)

### 1. Meniuri

La inaugurarea unui restaurant sunt prezente mai multe persoane. Clienții își aleg din meniul pus la dispoziție câte o specialiată. Dar deocamdată restaurantul are angajat un singur bucătar, care pregătește mâncărurile una după alta, deci clienții nu pot fi serviți decât pe rând. Presupunând că bucătarul se apucă de gătit după ce au fost strânse toate comenzile, stabiliți în ce ordine trebuie pregătite specialitățile, astfel încât timpul mediu de așteptare al clienților să fie minim.

#### Date de intrare

Prima linie a fișierului *menu.in* conține un număr natural  $n$ , reprezentând numărul clienților. Următoarea linie conține  $n$  numere întregi, reprezentând timpul necesar pregătirii fiecărei comenzi, în ordine pentru cele  $n$  persoane.

#### Date de ieșire

Fișierul *menu.out* va conține două linii. Pe prima linie se va afișa un număr real cu 2 zecimale, reprezentând timpul mediu de așteptare, iar pe a doua linie se vor scrie  $n$  numere naturale, reprezentând numerele de ordine ale persoanelor din restaurant în ordinea în care au fost servite.

#### Restricții

- $1 \leq n \leq 1000$
- $1 \leq t \leq 100$
- dacă sunt mai multe soluții se va afișa una singură

menu.in	menu.out
5	86.00
30 40 20 25 60	3 4 1 2 5

### 2. Cutii

Al Bundy este în dificultate. Are  $n+1$  cutii de pantofi și  $n$  perechi de pantofi identificate prin valorile 1, 2, .....,  $n$  ( $n$  perechi sunt așezate în  $n$  cutii și o cutie este liberă). Dar din păcate, pantofii nu se află la locurile lor. Până să vină Gary (șeful lui), Bundy trebuie să potrivească pantofii în cutii. Aranjarea pantofilor trebuie făcută rapid, astfel încât să nu trezească bănuiele. Prin urmare dacă scoate o pereche de pantofi dintr-o cutie trebuie să o pună imediat în cutia liberă. Ajuțați-l pe Al Bundy să aranjeze pantofii la locurile lor printr-un număr minim de mutări.

#### Date de intrare

Prima linie a fișierului de intrare *cutii.in* conține numărul de cutii  $n$ . Linia a doua conține  $n+1$  numere naturale distincte, separate prin spațiu, reprezentând dispunerea inițială a pantofilor în cutiile numerotate de la 1 la  $n+1$ . Printre cele  $n+1$  numere numai unul are valoarea 0 și corespunde cutiei goale. Linia a treia conține  $n+1$  numere naturale, reprezentând configurația finală cerută, în care valoarea 0 corespunde cutiei goale.

#### Date de ieșire

Fișierul de ieșire *cutii.out* va conține pe prima linie un număr întreg  $k$ , reprezentând numărul minim de mutări.

#### Restricții

$1 < n < 100$

cutii.in	cutii.out
4	4
3 4 1 0 2	
4 0 2 1 3	

### 3. Subșiruri

Se dă un șir de  $n$  numere întregi. Să se descompună acest șir în număr minim de subșiruri strict crescătoare, astfel încât numerele lor de ordine (din șirul dat) să fie ordonate crescător în subșirurile formate.

### Date de intrare

Prima linie a fișierului subsir.in conține un număr natural  $n$ , reprezentând numărul de elemente din șir. Următoarea linie conține cele  $n$  numere întregi separate printr-un spațiu.

date de ieșire

### Date de ieșire

Fișierul de ieșire subsir.out va conține pe prima linie un număr întreg  $k$ , reprezentând numărul minim de subsiruri care se pot forma. Pe următoarele  $k$  linii vor fi descrise cele  $k$  subsiruri care se formează. Un subsir va fi precizat prin numerele de ordine ale elementelor din șirul inițial, separate printr-un spațiu.

### Restricții

- $1 \leq n \leq 10000$
- elementele șirului sunt numere cuprinse în intervalul  $[0, 40000]$

subsir.in	subsir.out
10	3
2 3 1 6 8 3 7 9 5 7	1 2 4 5 8
	3 6 7
	9 10

### Idei de rezolvare

#### 2.4.1. Meniuri

În această problemă se cere stabilirea unui minim. Se știe că problemele de optim se pot rezolva aplicând metoda *greedy*, dacă se poate arăta că, pe baza alegerii optimului local, metoda generează soluții optime. Deci, mai întâi trebuie să demonstrăm că acest lucru este posibil.

În concluzie, știind că  $t_{k_1} \leq t_{k_2} \leq \dots \leq t_{k_n}$  sunt timpurile necesare preparării specialităților, presupunem că dacă acestea se prepară în ordinea  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , vom avea un timp total de așteptare minim. Evident  $\{k_1, k_2, \dots, k_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

Demonstrația o facem prin *reducere la absurd*. Presupunem că ordinea  $k_1, k_2, \dots, k_n$  nu asigură timpul total minim de așteptare. Din această presupunere temporară rezultă că există o altă ordine de servire a clienților (diferită de ordinea  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ), care conduce la un timp total de așteptare mai mic. Presupunem că o astfel de ordine diferă de ordinea  $k_1, k_2, \dots, k_n$  în pozițiile  $i$  și  $j$ .

Conform ordinii  $k_1, \dots, k_i, \dots, k_j, \dots, k_n$  avem timpul total de așteptare:

$$\begin{aligned} \text{timp}_{\text{total}}(k_1, \dots, k_i, \dots, k_j, \dots, k_n) &= \\ &= nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_i} + \dots + (n-j+1)t_{k_j} + \dots + t_{k_n}. \end{aligned}$$

Conform presupunerii de mai înainte, pentru ordinea  $k_1, \dots, k_j, \dots, k_i, \dots, k_n$  avem timpul total de așteptare:

$$\begin{aligned} \text{timp}_{\text{total}}(k_1, \dots, k_j, \dots, k_i, \dots, k_n) &= \\ &= nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_j} + \dots + (n-j+1)t_{k_i} + \dots + t_{k_n}. \end{aligned}$$

Conform presupunerii de mai înainte, pentru ordinea  $k_1, \dots, k_j, \dots, k_i, \dots, k_n$  avem timpul total de așteptare:

$$\begin{aligned} \text{timp}_{\text{total}}(k_1, \dots, k_j, \dots, k_i, \dots, k_n) &= \\ &= nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_j} + \dots + (n-j+1)t_{k_i} + \dots + t_{k_n} \end{aligned}$$

care este mai mic decât

$$\begin{aligned} nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_i} + \dots + (n-j+1)t_{k_j} + \dots + t_{k_n} &= \\ &= \text{timp}_{\text{total}}(k_1, \dots, k_i, \dots, k_j, \dots, k_n). \end{aligned}$$

Eliminând termenii asemenea din partea stângă, respectiv dreaptă a operatorului relațional avem:

$$\begin{aligned} nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_j} + \dots + (n-j+1)t_{k_i} + \dots + t_{k_n} &< \\ nt_{k_1} + (n-1)t_{k_2} + \dots + (n-i+1)t_{k_i} + \dots + (n-j+1)t_{k_j} + \dots + t_{k_n} & \\ (n-i+1)t_{k_j} + (n-j+1)t_{k_i} &< (n-i+1)t_{k_i} + (n-j+1)t_{k_j} \\ (n-i+1-n+j-1)t_{k_j} &< (n-i+1-n+j-1)t_{k_i} \\ (j-i)t_{k_j} &< (j-i)t_{k_i} \end{aligned}$$

Deci, împărțind această relație cu  $j-i$  (valoare pozitivă, deoarece am pornit cu presupunerea că  $i < j$ ), avem  $t_{k_j} < t_{k_i}$ , ceea ce înseamnă că avem un timp de așteptare mai mic, după unul mai mare în șirul ordonat crescător a timpilor de așteptare, constatare care evident este o contradicție cu ipotezele fixate.

Pentru a minimiza timpul mediu de așteptare ( $\text{timp}_{\text{mediu}}$ ) va trebui să minimizăm timpul total de așteptare ( $\text{timp}_{\text{total}}$ ) al persoanelor pentru a fi servite, deoarece  $\text{timp}_{\text{mediu}} = \text{timp}_{\text{total}}/n$ . O persoană va trebui să aștepte prepararea meniului ei și a tuturor persoanelor care vor fi servite în fața lui. Intuitiv, dacă o persoană care dorește un meniu sofisticat este servită înaintea uneia al cărei meniu se prepară mai repede, timpul total de așteptare al celor doi este mai mare decât dacă servirea s-ar fi făcut invers. De exemplu, pentru timpii 30 și 20, în prima situație  $\text{timp}_{\text{total}} = 30 + (30 + 20)$ , iar în a doua situație  $\text{timp}_{\text{total}} = 20 + (20 + 30)$ .

În concluzie, vom alege persoanele în ordinea crescătoare a timpilor de preparare a meniurilor, ceea ce necesită ca ele să fie ordonate crescător în funcție de acest criteriu și vom calcula timpul total de așteptare ca fiind suma timpilor de așteptare a fiecărei persoane.

În situația în care există mai multe durate egale de preparare, nu contează ordinea alegerii acestora.

## 2.4.6. Cutii

Fie mai întâi exemplul din enunț. Avem 4 perechi de pantofi și 5 cutii în care acestea sunt aranjate în felul următor:

3 4 1 0 2

Se cunoaște și aranjarea dorită:

4 0 2 1 3

Adică, inițial, în prima cutie se găsește perechea 3, dar acolo trebuie să fie perechea 4, în a doua cutie se găsește perechea 4, dar a doua cutie trebuie să fie goală etc.

Un șir posibil de mutări (dar care nu conduce la soluția optimă) ar fi:

Mutarea 1: perechea 3 se mută din cutia 1 în cutia 4;

Mutarea 2: perechea 4 se mută din cutia 2 în cutia 1;

Mutarea 3: perechea 1 se mută din cutia 3 în cutia 2;

Mutarea 4: perechea 2 se mută din cutia 5 în cutia 3;

Mutarea 5: perechea 3 se mută din cutia 4 în cutia 5;

Mutarea 6: perechea 1 se mută din cutia 2 în cutia 4.

Am aranjat pantofii în 6 mutări.

Dar putem proceda în felul următor:

Mutarea 1: perechea 1 se mută din cutia 3 în cutia 4 (a ajuns unde trebuie, acum cutia 3 este goală);

Mutarea 2: perechea 2 se mută din cutia 5 în cutia 3 (a ajuns unde trebuie, acum cutia 5 este goală);

Mutarea 3: perechea 3 se mută din cutia 1 în cutia 5 (a ajuns unde trebuie, acum cutia 1 este goală);

Mutarea 4: perechea 4 se mută din cutia 2 în cutia 1 (a ajuns unde trebuie, acum cutia 2 este goală, așa cum cere configurația dorită).

Astfel am aranjat pantofii în 4 mutări.

Analizând exemplul, ajungem la concluzia că pentru a aranja pantofii în cutii, trebuie să mutăm fiecare pereche  $p$  de pantofi la locul ei (dacă nu este acolo). Există două

Analizând exemplul, ajungem la concluzia că pentru a aranja pantofii în cutii, trebuie să mutăm fiecare pereche  $p$  de pantofi la locul ei (dacă nu este acolo). Există două cazuri posibile:

A. Cutia în care trebuie pusă perechea  $p$  este goală;

B. Cutia perechii  $p$  este ocupată de altă pereche  $q$ .

În cazul A vom muta perechea  $p$  la locul ei, în cutia goală, fără a mai face alte mutări. În cazul B trebuie eliberată mai întâi cutia ocupată de  $q$  și doar pe urmă vom putea muta perechea  $p$  în cutia ei, acum eliberată.

Situația A este de preferat, deoarece în acest caz o pereche ajunge la locul ei printr-o singură mutare. În situația B sunt necesare două mutări pentru a duce o pereche de pantofi unde trebuie. Din acest motiv vom identifica în rezolvarea problemei cazul A cât timp este posibil și o vom rezolva. În celelalte cazuri (similare situației B) vom aranja câte o pereche în cutia potrivită prin două mutări, conform explicațiilor date.

În șirurile  $ci$  și  $cf$  se memorează configurațiile inițială și finală a perechilor de pantofi în cutii. În variabilele  $cigol$  și  $cfgol$  se memorează indicele cutiei goale în configurația inițială și respectiv finală.

```

Subalgoritm Număr_mutări( $n, ci, cf$ ):
    repetă
        schimb ← fals { încă nu am schimbat nimic }
        cât timp  $cigol \neq cfgol$  execută: { resolvăm situația A }
             $ci[cigol] \leftarrow cf[cigol]$  { mutăm în cutia goală perechea potrivită }
             $cigol \leftarrow \text{Caută}(cf[cigol])$ 
             $ci[cigol] \leftarrow 0$  { se eliberează o nouă cutie }
             $mutări \leftarrow mutări + 1$  { am făcut doar o mutare }
            schimb ← adevărat { am efectuat o schimbare }
        sfârșit cât timp { se caută o cutie nearanjată }

        cât timp  $(ci[i] \neq cf[i])$  și  $(i \leq n+1)$  execută:
             $i \leftarrow i + 1$ 
        sfârșit cât timp
        dacă  $i \leq n$  atunci { resolvăm situația B }
            { golim cutia nearanjată și aducem perechea potrivită }
             $ci[cigol] \leftarrow ci[i]$ 
             $ci[i] \leftarrow cf[i]$ 
             $cigol \leftarrow \text{Caută}(ci[i])$ 
             $i \leftarrow i + 1$ 
             $mutări \leftarrow mutări + 2$  { am făcut două mutări }
            schimb ← adevărat { am efectuat o schimbare }
        sfârșit cât timp
        până când nu schimb { până când nu a mai fost necesară nici o schimbare }
    sfârșit subalgoritm
    
```

#### Observații

1. În algoritm s-a folosit funcția  $\text{Caută}(p)$  care returnează numărul cutiei care conține perechea  $p$ .
2. Situația A apare dacă indicele cutiei goale în configurația inițială este diferit de indicele cutiei goale în configurația finală.

#### 2.4.7. Subșiruri

Subșirurile se construiesc simultan, printr-o singură parcurgere a șirului dat. Pentru fiecare element  $x_i$  din șir se caută un subșir existent la care acesta se poate adăuga la sfârșit. Dacă nu se găsește un astfel de subșir, vom crea unul nou în care  $x_i$  se va introduce ca prim element.



**Exemplu**

Fie  $n = 8$  și șirul de numere 9, 3, 10, 1, 11, 5, 12, 8

Pasul	Observații	Șir 1	Șir 2	Șir 3
1.	9 va fi primul element din primul șir	9	-	-
2.	3 va fi primul element din al doilea șir	9	3	-
3. (*)	10 se adaugă la sfârșitul șirului 1	9, 10	3	-
4.	1 va fi primul element din șirul 3	9, 10	3	1
5. (*)	11 se adaugă la sfârșitul șirului 1	9, 10, 11	3	1
6. (*)	5 se adaugă la sfârșitul șirului 2	9, 10, 11	3, 5	1
7. (*)	12 se adaugă la sfârșitul șirului 1	9, 10, 11, 12	3, 5	1
8. (*)	8 se adaugă la sfârșitul șirului 2	9, 10, 11, 12	3, 5, 8	1

**Observații**

1. La pașii marcați cu (\*) au existat mai multe posibilități de alegere a șirului la care să se adauge elementul curent.
2. Se observă că prin acest mod de construire a subșirurilor, elementele maxime din fiecare subșir (cele care s-au adăugat ultima oară) formează la rândul lor un șir descrescător (la pasul 4: 10, 3, 1, dar și la pasul 8: 12, 8, 1). Dacă nu ar fi așa, ar însemna că la un moment dat nu am ales în mod corect subșirul în care se adaugă un element. De exemplu, în tabelul de mai sus, elementul 10 nu poate fi pus după 3, deoarece el trebuie „înghesuit” (conform cerințelor problemei) lângă 9. Din acest motiv, vom căuta cel mai potrivit subșir pentru un element cu algoritmul de căutare binară în șirul „vârfurilor” fiecărui subșir construit până la momentul respectiv. Astfel vom găsi mai rapid subșirul potrivit pentru elementul curent.

În următorul algoritm folosim notațiile:

n: numărul elementelor în șirul dat;  
 x: șirul dat;  
 nrs: numărul subșirurilor crescătoare;  
 s:  $s[i]$  = numărul de ordine al subșirului din care face parte  $x[i]$ ;  
 nrs: numărul subșirurilor crescătoare;  
 vf: valorile elementelor maxime din fiecare subșir.

**Subalgoritm** ConstruieșteSubșiruri( $n, nrs, x, s, vf$ ):

nrs  $\leftarrow 1$

$s[nrs] \leftarrow 1$

{  $x[1]$  face parte din subșirul 1 }

```

vf[nrs] ← x[1]
pentru j=2,n execută:           { se caută subșirul potrivit pentru x[j] }
  k ← Caută(vf,1,nrs,x[j])      { se apelează algoritmul de căutare binară }
  { care va returna numărul de ordine al subșirului unde ar trebui să se afle x[j] }
                                { sau 0 dacă un astfel de subșir nu s-a găsit }

  dacă k = 0 atunci             { dacă nu am găsit un subșir potrivit }
    nrs ← nrs + 1                { x[j] va forma un nou subșir }
    s[j] ← nrs                   { numărul de ordine al subșirului }
    vf[nrs] ← x[j]               { valoarea elementului maxim din subșirul nrs }
  altfel                        { x[j] se va adăuga unui subșir existent }
    s[j] ← k                     { numărul de ordine al subșirului }
    vf[k] ← x[j]                 { valoarea elementului maxim din subșirul k }
  sfârșit dacă
sfârșit pentru
sfârșit subalgoritm

```

Chiar dacă algoritmul căutării binare se cunoaște, prezentăm modul în care se aplică în rezolvarea acestei probleme, deoarece stabilirea numărului de ordine al subșirului în care se va adăuga elementul curent din șirul dat se realizează în cadrul acestui subalgoritm. Presupunem că în parametrul ce s-a transmis valoarea elementului  $x[j]$  curent. Variabila găsit o folosim în scopul de a reține faptul că s-a găsit sau nu ce în șirul vârfurilor.

```

Subalgoritm Caută(vf,s,d,ce):
  găsit ← fals
  cât timp (s ≤ d) și nu găsit execută:
    m ← (s+d) div 2
    dacă vf[m] = ce atunci
      găsit ← adevărat
    altfel
      dacă vf[m] > ce atunci
        s ← m + 1
      altfel
        d ← m - 1
      sfârșit dacă
    sfârșit dacă
  sfârșit cât timp
  dacă găsit atunci             { dacă l-am găsit pe x[j] în capătul unui subșir }
                                { avansăm în șirul vârfurilor }
  cât timp (ce = vf[m]) și (m ≤ nrs) execută:
    m ← m + 1                  { cât timp se succede aceeași valoare }
  sfârșit cât timp

```

```

dacă  $m \leq nrs$  atunci      { dacă ne-am oprit după vârful unui şir existent }
    Caută  $\leftarrow m$           { aici se va adăuga  $x[j]$  }
altfel
    { dacă şi ultimul şir îl are în vârf pe  $x[j]$ , trebuie să creăm un subşir nou }
    Caută  $\leftarrow 0$ 
    sfârşit dacă
sfârşit dacă
dacă nu găsit atunci          { dacă nu l-am găsit pe  $x[j]$  }
    dacă  $(s \leq nrs)$  şi  $(vf[s] < ce)$  atunci
        { acolo unde a eşuat căutarea, şirul  $vf$  }
        Caută  $\leftarrow s$       { conţine o valoare mai mică, am găsit locul lui  $x[j]$  }
    altfel
        Caută  $\leftarrow 0$       { în caz contrar trebuie să creăm un subşir nou }
    sfârşit dacă
sfârşit dacă
sfârşit subalgoritm

```

## Arhiva educațională campion

### 1. reactivi

### 2. album

### 3. matriosca