



Problema 1 - Generatoare

100 puncte

Avem n generatoare de numere notate G_1, G_2, \dots, G_n . Generatorul G_i generează aleator un număr natural a_i cuprins între 0 și $m_i - 1$, fiecare număr având aceeași probabilitate de a fi generat. Notăm cu $vxor$ valoarea $a_1 \text{ xor } a_2 \text{ xor } \dots \text{ xor } a_n$. Să se determine “valoarea așteptată” pentru $vxor$ știind că aceasta este egală cu suma $\sum_{v \in Val} v * p(v)$, unde cu Val am notat mulțimea valorilor ce pot fi obținute pentru $vxor$ iar cu $p(v)$ am notat probabilitatea ca valoarea obținută pentru $vxor$ să fie v .

Cerință

Scrieți un program care să determine “valoarea așteptată” pentru $vxor$.

Date de intrare

Pe prima linie a fișierului de intrare **generatoare.in** se află numărul natural n reprezentând numărul de generatoare. Pe următoarele n linii se află numerele m_1, m_2, \dots, m_n , câte unul pe o linie. Mai exact, pe linia $i+1$ se află valoarea m_i .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **generatoare.out** va conține o singură linie pe care se află “valoarea așteptată” pentru $vxor$ cu **exact** 3 zecimale cu rotunjire.

Restricții și precizări

- $1 \leq n \leq 50000$
- $2 \leq m_i \leq 2^{30}$
- Pentru două numere naturale a și b , definim $a \text{ xor } b$ valoarea obținută aplicând operatorul „sau exclusiv” pe reprezentările binare ale lui a și b .
- Un număr de teste în valoare de 50 de puncte au $n \leq 13$. Dintre acestea, un număr de teste în valoare de 20 de puncte au $m_1 * m_2 * \dots * m_n \leq 2 * 10^6$.

Exemple

| generatoare.in | generatoare.out | Explicație |
|----------------|-----------------|---|
| 2 3 5 | 2.200 | Avem două generatoare. Primul poate genera numerele 0, 1, 2 iar al doilea numerele 0, 1, 2, 3, 4. Deci perechea (a_1, a_2) poate avea următoarele valori: $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)$. Rezultă în ordine următoarele 15 valori pentru $vxor$ 0, 1, 2, 3, 4, 1, 0, 3, 2, 5, 2, 3, 0, 1, 6. Observăm că valorile distincte posibile pentru $vxor$ sunt 0, 1, 2, 3, 4, 5 și 6. Astfel, valorile 0, 1, 2 și 3 au probabilitatea de apariție 3/15 iar 4, 5 și 6 au probabilitatea de apariție 1/15. Deci, “valoarea așteptată” pentru $vxor$ este $(0+1+2+3) * (3/15) + (4+5+6) * (1/15) = 2.2$ |

Timp maxim de execuție/test: **0.2 secunde**. Memorie totală disponibilă **16 MB** din care **1 MB** pentru stivă.