



## Cristale – Descrierea soluției

Autor: student VLAD STOIAN  
Universitatea “Al. I. Cuza” Iași

Rezolvarea Greedy (aplicarea reducerii după o euristică) poate primi în jur de 30 puncte.

După o analiză scurtă a problemei, se pot descoperi următoarele proprietăți:

1. Un șir format numai dintr-un singur caracter nu se mai poate reduce
2. Dacă pe un șir se poate face măcar o reducere, atunci se vor putea face măcar  $n - 2$  reduceri,  $n$  fiind numărul de caractere.
3. Dacă înainte de a face o reducere, toate caracterele apar de un număr par de ori, după reducere toate caracterele vor apărea de un număr impar de ori.

Demonstrația primului punct este trivială.

Demonstrația celui de-al doilea punct: Presupunem că am redus până am ajuns la un șir de lungime 5 (AAAAA), care nu se mai poate reduce. Înseamnă că la pasul anterior aveam una dintre configurațiile: BC AAAA, ABC AAA, AABCAA, etc... Se poate vedea cu ușurință că făcând o altă alegere, șirul se poate reduce și mai mult. De asemenea se poate observa că oricând vom alege BC, ne vom bloca, deci vom evita această alegere. Aceasta înseamnă că vom împărți șirul în 2 subșiruri și le vom reduce. Acum, în funcție de numărul de A-uri, vom ajunge fie la 2 caractere diferite (caz în care putem reduce ajungând la un singur caracter), sau la două caractere de același fel (caz în care nu se mai poate face nimic). Pentru cazul general raționamentul este similar.

În final, demonstrația celui de-al treilea punct:

Presupunem că  $nrA=2i$   $nrB=2j$   $nrC=2k$  ( $nrA$  reprezentând numărul de caractere A din șir... etc). Orice alegere am face, se va scădea câte 1 din cele 2 caractere alese și se va adăuga 1 la celalalt, toate transformându-se din numere pare în impare. De exemplu, dacă unim un A cu un B vom ajunge la  $nrA=2i-1$ ,  $nrB=2j-1$ ,  $nrC=2k+1$ .

Analog și pentru transformarea din numere impare în numere pare.

În sfârșit, aceste tipuri de șiruri se vor reduce la un șir de tip ABC care nu se va mai putea reduce decât o singură dată, răspunsul fiind 2.

Raționamentul este similar pentru restul tipurilor de șiruri, care se vor putea reduce până la un singur caracter.